

# INTERROGATION N° 1

## LE PLAN COMPLEXE

Durée 1 heure

Epreuve SANS document et SANS calculatrice. Les exercices sont indépendants et ne sont pas classés par ordre de difficulté.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

**Question de cours :**

1. Rappeler les formules de  $\cos(a + b)$  et  $\sin(a + b)$  en fonction de  $\cos(a)$ ,  $\cos(b)$ ,  $\sin(a)$  et  $\sin(b)$ .
2. Rappeler les  $n$  racines  $n$ èmes de l'unité.

**Exercice 1. Formes cartésienne et polaire.**

1. Mettre sous forme cartésienne les nombres complexes définis par :

$$z_1 = \frac{3 + 6i}{3 - 4i}, \quad z_2 = \left(\frac{1 + i}{2 - i}\right)^2.$$

2. Mettre sous forme polaire les nombres complexes définis par :

$$z_1 = -1 + \sqrt{3}i, \quad z_2 = -2, \quad \text{et} \quad z_3 = \frac{1 + i \tan(\alpha)}{1 - i \tan(\alpha)}.$$

**Exercice 2. Parties de  $\mathbb{C}$**  Déterminer (si besoin) puis dessiner les parties de  $\mathbb{C}$  respectivement définies par : avec médiatrice et cercle.

$$a) |z + 1| \leq \frac{1}{2}, \quad b) \operatorname{Re}(1 - z) \leq \frac{1}{2}, \quad \text{et} \quad c) |(1 - i)z - 3i| = 3\sqrt{2}.$$

**Exercice 3. Trigonométrie.**

1. Linéariser l'expression suivante  $\cos^3(x) \sin(x)$ .
2. Soient  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ . Calculer

$$\sum_{p=0}^n \binom{n}{p} \cos(p\alpha + (n - p)\beta).$$

**Exercice 4. Équations.**

1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation du second degré suivante

$$z^2 + (3 - 2i)z - 11 - 3i = 0.$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation suivante

$$(z + i)^n = z^n$$