Benjamin COLLAS
benjamin.collas@telaxo.com

Mi-101 *Mathematica* 2004-2005

Exercices d'algèbre linéaire

Exercice 1

Soit la matrice *M* suivante,

$$\begin{pmatrix} -10 & 4 & 2 \\ 20 & -8 & -4 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Utilisant *NullSpace*, trouver une base du noyau.
2) Créer une fonction *dimKer*, qui à une matrice associe la dimension de son noyau.
3) Utilisant *Dimensions*, en déduire une fonction *rang* qui à une matrice associe son rang.

Exercice 2

Soit la matrice *M* suivante,

$$\begin{pmatrix} -24 & -9 & 6 \\ -8 & -3 & 2 \\ -16 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

1) Utilisant *Reduce*, donner un système minimal d'équations du noyau de l'application linéaire associée à *M*.

Exercice 3

Soit la matrice *M* suivante,

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ -4 & -8 & 12 \\ -3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

1) Utilisant *Eliminate*, donner un système minimal d'équations de l'image de l'application linéaire associée à *M*.

Exercice 4

Soit l'application linéaire suivante

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y) & \longmapsto & (x - 2y, 3x - 6y) \end{array}$$

1) Etude du noyau
   a) Utilisant *Solve* trouver une base du noyau
   b) Utilisant *Reduce* donner une équation du noyau
   c) Utilisant *NullSpace* et la matrice associée, retrouver le *a)*

2) Etude de l'image
   a) Utilisant *Solve*, montrer que f n'est pas surjective (pouvait-on s'en douter ?)
   b) Utilisant *Reduce*, donner une base de l'image
   c) Utilisant *Eliminate*, trouver une équation de l'image

Exercice 5

Soit l'équation de paamètres *a,b et c*complexes

```
a*X^2 + b*X + c == 0
```

1) Utilisant *Eliminate*, résoudre l'équation précédente d'inconnue X réelle