
Mi-101 **Mathematica** 2004-2005
Leçon 6 : Algèbre linéaire - corrections succinctes

■ **Exercice Matrice de rotation**

Considérons la matrice de rotation suivante :

```
Mr = {{Cos[t], -Sin[t]}, {Sin[t], Cos[t]}};  
% // MatrixForm  

$$\begin{pmatrix} \cos[t] & -\sin[t] \\ \sin[t] & \cos[t] \end{pmatrix}$$

```

1) Explicitez l'image par la rotation d'angle t d'un vecteur (x,y) .

En déduire le vecteur image par la rotation d'angle $\frac{\pi}{4}$ du vecteur $(1,1)$ (on pourra utiliser les règles de remplacement).

2) Calculez les images successives par la rotation d'angle $\frac{\pi}{6}$ du point de coordonnées $(1,2)$.

Affichez ces points.

■ **Correction :**

```
X = {x, y};
```

```
Mr.X // MatrixForm
```

```

$$\begin{pmatrix} x \cos[t] - y \sin[t] \\ y \cos[t] + x \sin[t] \end{pmatrix}$$

```

```
Mr.X /. {x -> 1, y -> 1, t -> Pi/4}
```

```
{0,  $\sqrt{2}$ }
```

■ **Exercice rang**

Ecrire une fonction *rang* qui à une matrice associe son rang (on utilisera *NullSpace* et *Dimensions*).

```
rang[M_] := Dimensions[M][[2]] - Length[NullSpace[M]]
```

■ **Exercice d'une base d'un sous-espace vectoriel aux équations**

En utilisant la matrice *Mexemple*.

On utilisera *Reduce* afin de déterminer si les deux résultats sont équivalents (quelle aurait été la réponse de *Reduce* si cela n'avait pas été le cas ?)

■ **Solution :**

```
Mexemple = {{0, 0, 3}, {0, 0, 1}, {0, 0, 2}}.{{2, 1, 3}, {-3, 2, 1}, {-8, -3, 2}};  
% // MatrixForm
```

```

$$\begin{pmatrix} -24 & -9 & 6 \\ -8 & -3 & 2 \\ -16 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

```

```
Reduce[Mexemple.{x, y, z} == 0, {x, y, z}]
```

```
 $\frac{1}{8} (-3 y + 2 z) == x$ 
```

```
NullSpace[Mexemple]
```

```
{{1, 0, 4}, {-3, 8, 0}}
```

```
Eliminate[Apply[Plus, NullSpace[Mexemple] * {a, b}] == {x, y, z}, {a, b}]
```

```
 $-3 y + 2 z == 8 x$ 
```

```
Reduce[-3 y + 2 z == 8 x &&  $\frac{1}{8} (-3 y + 2 z) == x$ , {x, y, z}]
```

```
 $\frac{1}{8} (-3 y + 2 z) == x$ 
```