Benjamin COLLAS
benjamin.collas@telaxo.com

Mi-101 **Mathematica** 2004-2005

Leçon 3 : correction des gammes d'exercices

Avant de passer aux leçon à thème ainsi qu'à l'étude de sujets plus mathématiques, voici un recueil d'exercices qui vous permettront de faire le point sur vos connaissances de base.
Les exercices sont classés par thèmes et présentés selon une difficulté croissante.

■ Exercice1

Affichez les 770 permières décimales exactes de π.

■ Exercice 2

En utilisant la fonction *Range,* construire chacune des listes suivantes :

```
Range[10] + x
```

{1 + x, 2 + x, 3 + x, 4 + x, 5 + x, 6 + x, 7 + x, 8 + x, 9 + x, 10 + x}

```
Range[1, 17, 4]
```

{1, 5, 9, 13, 17}

```
Range[12, 2, -1]
```

{12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2}

Attention, plus difficile (on pourra utiliser une fonction supplémentaire) :

```
Prime[Range[11]]
```

{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31}

```
EvenQ[Range[11]]
```

{False, True, False, True, False, True, False, True, False, True, False}

■ Exercice 3

En utilisant la fonction *Table*, construire chacune des listes suivantes


```
Table[20, {i, 1, 5}]
```

{20, 20, 20, 20, 20}

```
Table[k*5, {i, 1, 6}]
```

{5 k, 5 k, 5 k, 5 k, 5 k, 5 k}

```
Table[Pi + i, {i, 1, 4}]
```

$\{1+\pi,\ 2+\pi,\ 3+\pi,\ 4+\pi\}$

```
Table[i*j, {i, 1, 6}]
```

{j, 2 j, 3 j, 4 j, 5 j, 6 j}

```
Table[y^j*x^k, {k, 0, 3}, {j, 0, 3}]
```

$\{\{1, y, y^2, y^3\}, \{x, x\,y, x\,y^2, x\,y^3\}, \{x^2, x^2\,y, x^2\,y^2, x^2\,y^3\}, \{x^3, x^3\,y, x^3\,y^2, x^3\,y^3\}\}$

```
Table[1/k! (x-x0)^k, {k, 0, 5}]
```

$\left\{1,\ x-x0,\ \frac{1}{2}(x-x0)^2,\ \frac{1}{6}(x-x0)^3,\ \frac{1}{24}(x-x0)^4,\ \frac{1}{120}(x-x0)^5\right\}$

```
Table[1, {i, 1, 4}, {j, 1, 3}, {k, 1, 2}]
```

{{{1, 1}, {1, 1}, {1, 1}}, {{1, 1}, {1, 1}, {1, 1}},
{{1, 1}, {1, 1}, {1, 1}}, {{1, 1}, {1, 1}, {1, 1}}}

Attention, plus difficile :

```
Table[(-1)^(2*k)/(2k)! (x-x0)^(2*k), {k, 0, 5}]
```

$\left\{1,\ \frac{1}{2}(x-x0)^2,\ \frac{1}{24}(x-x0)^4,\ \frac{1}{720}(x-x0)^6,\ \frac{(x-x0)^8}{40320},\ \frac{(x-x0)^{10}}{3628800}\right\}$

```
Flatten[Table[y^j*x^k, {k, 0, 3}, {j, 0, 3}]]
```

$\{1, y, y^2, y^3, x, x\,y, x\,y^2, x\,y^3, x^2, x^2\,y, x^2\,y^2, x^2\,y^3, x^3, x^3\,y, x^3\,y^2, x^3\,y^3\}$

De quel espace vectoriel bien connu cet ensemble est-il une base ?

```
Table[{1/j, 1/i}, {i, 1, 3}, {j, 1, 3}]
```

$\left\{\left\{\{1,1\},\left\{\frac{1}{2},1\right\},\left\{\frac{1}{3},1\right\}\right\},\left\{\left\{1,\frac{1}{2}\right\},\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\},\left\{\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right\}\right\},\left\{\left\{1,\frac{1}{3}\right\},\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\},\left\{\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right\}\right\}\right\}$

■ Exercice 4

Pour chacune des commandes suivantes, indiquée la sortie obtenue

```
Range[5] + 2
```

{3, 4, 5, 6, 7}

```
Flatten[Table[zozo, {z, 1, 3}, {o, 2, 5}]]
```

{zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo, zozo}

```
RotateRight[Range[1, 9, 2], -2]
```

{5, 7, 9, 1, 3}

```
Map[Length, {1, {1, 3}, 2, {{1}, 2}, a}]
```

{0, 2, 0, 2, 0}

■ Exercice 5

1) A l'aide de *Range*, créer la liste des entiers de 20 à 2 dans l'ordre décroissant. On pourra nommer cette liste pour la suite.

```
l = Range[20, 2, -1]
```

{20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2}

2) Additionner un élément sur trois en partant du premier et diviser cette somme par le premier élément de la liste.

```
Apply[Plus, Table[l[[i]], {i, 1, Length[l], 3}]] / l[[1]]
```

$\frac{77}{20}$

3) Donner une approximation du nombre rationnel obtenu.

```
N[%]
```

3.85

■ Exercice 6

Création une fonction qui :

-au couple {x,y} associe le couple {y,x}.

```
f1[{x_, y_}] := {y, x}
```

-à une liste *lis* et un élement *a* associe la liste nouvellement constituée des éléments de *lis* et *a* à la fin (*eg* qui à {1,2,3} et 5 associe {1,2,3,5}).

```
f2[lis_, a_] := Join[lis, {a}]
```

-à une liste *lis* et un entier *p* associe la liste constituée de *lis* et de son *p*-ème élément ajouté au début.

```
f3[lis_, p_] := Join[lis, {lis[[p]]}]
```

-à une liste de couple associe une liste de triplet où l'ordre des éléments n'a pas été changé (indication : étudier la fonction *Partition*).

```
f4[lis_] := Partition[Flatten[lis, 1], 3]
```

-à deux éléments *x* et *y* associe *True* si x deux fois plus grand que y, *False* sinon.


```
f5[x_, y_] := x > 2 * y
```

-permette d'obtenir le résultat suivant f[{1,2,3,4},{a,b,c,d}]⟶{4,3,2,1,d,c,b,a,1,2,3,4}, et ce quelque soit {1,2,3,4} et quelque soit {a,b,c,d}.

```
f6[lis1_, lis2_] := Join[Reverse[lis1], Reverse[lis2], lis1]
```

■ Exercice 7

1) Créer une fonction *g1* qui renvoie *True* si un entier est un cube, *False* sinon (on pourra utiliser *IntegerQ*).

```
g1[x_] := IntegerQ[x^(1 / 3)]
```

2) Créer la liste *entiers* des 1000 premiers nombres entiers (attention, n'en demandez pas l'affichage).

```
entiers = Table[x, {x, 1, 1000}];
```

3) En extraire la liste des entiers qui sont des cubes.

```
Select[entiers, g1]
```

{1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000}

4) Trouver la décomposition en nombres premiers de ces éléments.

```
FactorInteger[%]
```

{{}, {{2, 3}}, {{3, 3}}, {{2, 6}}, {{5, 3}},
 {{2, 3}, {3, 3}}, {{7, 3}}, {{2, 9}}, {{3, 6}}, {{2, 3}, {5, 3}}}

■ Exercice 8

1) Créer une liste *valeurs1* contenant les entiers de 1 à 9, une liste *valeurs2* contenant les figures. En déduire une liste *valeurs* contenant l'ensemble des valeurs d'un jeu de carte.Créer une liste *couleurs* contenant l'ensemble des couleur d'un jeu de carte.

```
valeurs1 = Range[10]
valeurs2 = {"valet", "dame", "roi"}
valeurs = Union[valeurs1, valeurs2]
couleurs = {"coeur", "pique", "trèfle", "carreau"}
```

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

{valet, dame, roi}

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, dame, roi, valet}

{coeur, pique, trèfle, carreau}

2) En déduire une liste *jeu* contenant toutes les cartes d'un jeu de 52.

```
jeu = Flatten[Outer[List, valeurs, couleurs], 1];
Length[jeu]
```

```
52
```

3) Ecrire une expression *Mathematica* qui tire une carte au hasard dans *jeu*.

```
jeu[[Random[Integer, {1, 52}]]]
```

```
{valet, carreau}
```

4) Ecrire trois lignes de code *Mathematica* qui donnent 2 cartes différentes au hasard dans un jeu de 52 cartes.

```
c1 = jeu[[n = Random[Integer, {1, 52}]]];
c2 = Drop[jeu, {n}][[Random[Integer, {1, 51}]]];
{c1, c2}
```

```
{{3, carreau}, {6, carreau}}
```