

Deux versions du triangle de Sierpinski

Le triangle de *Sierpinski* est une figure fractale qui peut être obtenue en itérant la construction suivante :

- se donner un triangle et un point différent des trois sommets
- choisir un sommet du triangle au hasard et calculer le milieu du segment défini par celui-ci et le point précédent
- itérer en calculant le milieu du segment défini par le nouveau point et un sommet du triangle pris au hasard...

Ce petit TD vous propose deux constructions similaires utilisant les points complexes et les commandes *NestList* et *FoldList*.

Outils préliminaires

1) Créer une fonction *CtoR* listable qui à un point d'affixe complexe associe ses coordonnées réelles

```
CtoR[z_] := {Re[z], Im[z]}
Attributes[CtoR] = {Listable};
```

2) Créer une liste de trois points complexes qui forment un triangle non-dégénéré. On nomme *triangle* cette liste.

```
triangle = {-I - 1, 1 - I, I};
```

3) Créer une fonction *afficher* qui permette d'afficher une liste de points complexes (on utilisera *CtoR* ainsi que *Map*).

```
afficher[ptsComplex_] := Show[Graphics[Map[Point, CtoR[ptsComplex]]]]
```

Première construction

1) Création de la fonction clef

a) Comment tirer au hasard un nombre entier entre 1 et 3 ?

b) Comment obtenir le milieu de deux points d'affixes complexes ?

c) En déduire une fonction *milAlea* qui à une liste de 3 points complexes et un point renvoie le milieu de ce point et d'un des 3 points de la liste pris au hasard (on formatera la fonction comme suit *milAlea[liste][pont]*)

```
milAlea[tr_][pt_] := (tr[[Random[Integer, {1, 3}]]] + pt) / 2
```

2) En utilisant *NestList* ainsi que les fonctions précédentes, en déduire le triangle de *Sierpinski*.

```
afficher[NestList[milAlea[triangle], 1 + 2 * I, 10000]];
```

Seconde construction

1) Créer une fonction *milEval* qui à deux points associe leur milieu (on la formatera comme suit *milAlea[a,b]*). Utiliser *Evaluate* afin de forcer l'évaluation du calcul.

```
milEval[a_, b_] := Evaluate[(a + b) / 2]
```

2) Créer une fonction *listAlea* qui renvoie une liste de *n* points aléatoires choisis parmi une liste *tr* de 3 points complexes.

```
listAlea[tr_, n_] := Table[tr[[Random[Integer, {1, 3}]]], {i, 1, n}]
```

3) En utilisant *FoldList* ainsi que les fonctions précédentes, en déduire une nouvelle construction du triangle de *Sierpinski*.

```
afficher[FoldList[milEval, 0, listAlea[triangle, 10000]]];
```