

FEUILLE DE COLLES N° 4

Séries numériques (suite et fin)

Exercice 1 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

$$u_n = (-1)^n n^{\frac{\sin(n)}{n}} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Discuter de la convergence de la série de terme général (u_n) .

Indication : on pourra considérer la suite extraite de la suite des sommes partielles $(S_{2p})_p$ et l'exprimer en fonction de $|u_{2n}|$ et de $|u_{2n-1}|$.

Exercice 2 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

$$u_n = \frac{(-1)^n}{n + (-1)^n \sqrt[n]{n}}.$$

Discuter de la nature de la série de terme général (u_n) .

Exercice 3 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par

$$u_n = \frac{1}{(4n+1)(4n+3)}.$$

Calculer la valeur de la série de terme général (u_n) .

Indication : on pourra comparer le terme général de la série à une intégrale.

Exercice 4 : Soient $a, b \in \mathbb{R}_+$. Considérons la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+a}{n+b} \end{cases}$$

Discuter de la nature de la série de terme général (u_n) . Calculer la somme dans les cas de convergence.

Bonus

Les inscrits ayant terminé leur exercice avant la fin du temps de préparation imparti doivent choisir un exercice supplémentaire.

INSCRITS	
Étudiant 1	Exercice 1
Étudiant 2	Exercice 2
Étudiant 3	Exercice 3
Étudiant 4	Exercice 4
Étudiant 5	Exercice 1
Étudiant 6	Exercice 2